

Seminar 13 Recapitulare

MODEL 1

1. Verificați dacă funcția $f(x, y) = (x + y)^{-\frac{1}{2}}$ este armonică.
2. Fie funcția $f(x, y) = x^3y + e^{x^2+y^2}$. Calculați, folosind definiția, derivatele parțiale în $(-1, 1)$.
3. Fie funcția $f(x, y) = e^{x+y}$. Să se scrie polinomul Taylor de gradul 5 asociat funcției f în punctele $(0, 0)$ și $(1, -1)$.
4. Să se determine valorile extreme pentru funcția f , definită pe domeniul D , unde:

$$f(x, y) = x^4 + y^3 - 4x^3 - 3y^2 + 3y, \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}.$$
5. Să se calculeze dreapta de regresie care mediază între punctele $A(-1, 0)$, $B(2, 3)$, $C(3, 5)$.

MODEL 2

1. Fie funcția:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^2+y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Arătați că funcția este de clasă C^1 pe \mathbb{R}^2 .

2. Fie $f : \mathbb{R}^3 - \{(0, 0, 0)\}$, $f(x, y, z) = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$. Să se calculeze Δf .
3. Să se calculeze aproximarea liniară în jurul originii a funcției:

$$f(x, y, z) = \sqrt{\frac{x+1}{(y+1)(z+1)}}.$$

4. Să se determine punctele cele mai apropiate de origine care se găsesc pe suprafața de ecuație:

$$4x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 4y + 4 = 0.$$
5. Să se găsească dreapta de regresie care mediază între punctele $A(3, 7)$, $B(-1, 1)$ și $C(0, 3)$.

MODEL 3

1. Fie funcția:

$$f(x, y, z) = g(xy, xyz + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4}).$$

Să se arate că ea satisface ecuația:

$$-xy \frac{\partial f}{\partial x} + y^2 \frac{\partial f}{\partial y} + x(1 + x^2) \frac{\partial f}{\partial z} = 0.$$

2. Să se calculeze diferențiala de ordinul întâi și de ordinul al doilea pentru funcția $f(x, y) = \arctan \frac{y}{x}$, definită pe domeniul maxim de definiție.

3. Fie funcția $f(x, y) = e^x \sqrt[4]{y}$.

(a) Să se determine aproximarea liniară și pătratică a funcției;

(b) Să se calculeze aproximativ $e^{-0,2} \sqrt[4]{1,02}$, folosind polinomul Taylor de gradul al doilea.

4. Să se determine valoarea maximă a produsului xy , dacă x și y sînt coordonatele unui punct de pe elipsa de ecuație:

$$6x^2 + 8y^2 - 12 = 0.$$

5. Să se determine dreapta de regresie care mediază între punctele $A(3, 1)$, $B(5, 2)$ și $C(-2, -1)$.